

SUJET DE MATHÉMATIQUES

NIVEAU : TERMINALE D

DURÉE : 2h

EXERCICE 1 (3 points)

Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $\sqrt{3}\cos x + \sin x = \sqrt{2}$

Votre réponse ou photo

EXERCICE 2 (4 points)

1. Démontre que pour tous nombres réels a et b on a : $2\sin a \cos b = \sin(a + b) + \sin(a - b)$

Votre réponse ou photo

2. Soit A le nombre réel défini par : $A = 2\sin \frac{\pi}{11} (\cos \frac{\pi}{11} + \cos \frac{3\pi}{11} + \cos \frac{5\pi}{11} + \cos \frac{7\pi}{11} + \cos \frac{9\pi}{11})$

- a) Démontre que : $A = \sin \frac{10\pi}{11}$

Votre réponse ou photo

- b) Déduis-en que : $A = \sin \frac{\pi}{11}$

Votre réponse ou photo

- c) Démontre que : $\cos \frac{\pi}{11} + \cos \frac{3\pi}{11} + \cos \frac{5\pi}{11} + \cos \frac{7\pi}{11} + \cos \frac{9\pi}{11} = \frac{1}{2}$

Votre réponse ou photo

EXERCICE 3 (5points)

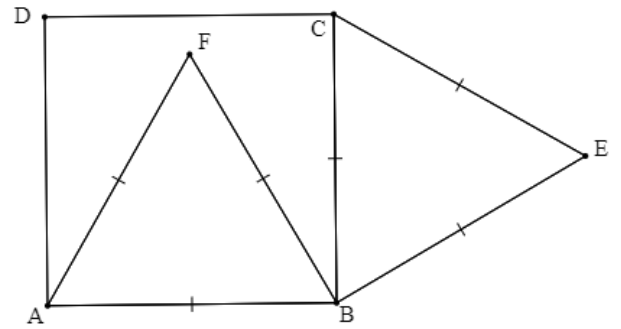
ABCD est un carré de sens direct. ABF et CBE sont des triangles équilatéraux directs

1. Justifie que : $Mes(\widehat{DA}, \widehat{DF}) = \frac{5\pi}{12}$

Votre réponse ou photo

2. Démontre que : $Mes(\widehat{DF}, \widehat{DC}) = \frac{\pi}{12}$

Votre réponse ou photo



3. a) Donne une mesure de l'angle orienté $(\widehat{CD}, \widehat{CE})$.

Votre réponse ou photo

- b) Déduis-en que : $Mes(\widehat{DC}, \widehat{DE}) = -\frac{\pi}{12}$

Votre réponse ou photo

4. Démontre que les points D, E et F sont alignés.

Votre réponse ou photo

EXERCICE 4 (5 points)

Soit (U_n) la suite numérique définie par: $\begin{cases} U_0 = 9 \\ \forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + 2 \end{cases}$ et $V_n = U_n - 3$

- 1- Calcule U_1 , U_2 puis V_0 , V_1 et V_2

Votre réponse ou photo

- 2- a) Démontre que $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{3}$ et de premier terme $V_0 = 6$

Votre réponse ou photo

b) Déduis-en V_n puis U_n en fonction de n

Votre réponse ou photo

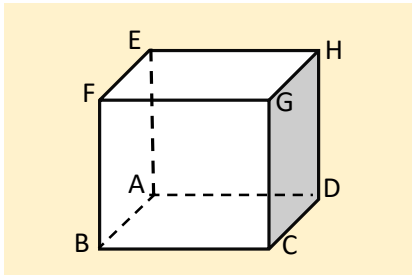
3- On pose $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$ et $T_n = V_1 + V_2 + \dots + V_n$

Exprime T_n puis S_n en fonction de n .

Votre réponse ou photo

EXERCICE 5 (3 points)

On donne ci-dessous le cube ABCDEFGH



1. Démontre que : $(ABC) \perp (AEC)$

Votre réponse ou photo

2. Démontre que : $(AEC) \perp (HDB)$

Votre réponse ou photo

3. Démontre que : $(FCH) \perp (AEG)$

Indications :

1. on étudiera l'orthogonalité entre (AE) et (ABC)
2. on étudiera l'orthogonalité entre la droite (AC) et les droites (BD) et (HD)
3. on étudiera l'orthogonalité entre la droite (FH) et les droites (EG) et (AE)

Votre réponse ou photo